

Geradengleichungen

Thema 2: Geradengleichungen aufstellen

Ein Lese- und Übungsheft

8 Seiten Einführung und Theorie

25 Seiten Aufgaben mit Lösungen

Datei Nr. 20006

Stand 14. Februar 2019

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Vorwort

Im zweiten Teil dieser Texte zu Geradengleichungen geht es darum,
die Gleichung von geraden aufzustellen.

Dazu gibt es verschiedene Fragestellungen...

Inhalt

1	Geradengleichung aus Punkten berechnen	3
	1. Methode: Zwei Punktproben machen.	3
	2. Methode: Steigung berechnen und dann Punktprobe machen	4
	3. Methode: Verwendung der Punkt-Steigungs-Form	5
	Übersicht	6
2	Gleichung einer parallelen Geraden aufstellen	7
3	Gleichung einer Lotgeraden aufstellen	8
	3.1 Steigungen orthogonaler Geraden	8
	3.2 Anwendungen	9
	3.3 Für Interessierte: Begründung der Formel $m_2 = -\frac{1}{m_1}$	10
4	Übungsaufgaben	11 – 17
	Lösungen	19 - 36

1 Geradengleichung aus zwei Punkten berechnen

Die Geradengleichung lautet allgemein $y = mx + n$. Man muss nun aus den Koordinaten der beiden Punkte m und n berechnen. Dazu 3 Methoden:

1. Methode: Zwei Punktproben machen

Beispiel 1: Gegeben sind $A(-\frac{3}{2} | \frac{1}{2})$ und $B(1 | 2)$

Gesucht ist eine Gleichung der Form $y = mx + n$.

Die gegebenen Punkte kann man als Lösung der Gleichung ansehen.

Daher kann man mit ihnen die Punktprobe machen:

$$A(-\frac{3}{2} | \frac{1}{2}) \text{ einsetzen: } \boxed{\frac{1}{2}} = m \cdot \boxed{-\frac{3}{2}} + n \quad (1)$$

$$B(1 | 2) \text{ einsetzen; } \boxed{2} = m \cdot \boxed{1} + n \quad (2)$$

Wir haben nun für die beiden Unbekannten m und n zwei Gleichungen:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}m + n & (1) \\ 2 = m + n & (2) \end{cases}$$

Subtrahiert man diese Gleichungen, fällt n weg, und man kann m berechnen:

$$\text{Günstig ist hier } (2) - (1): \quad \frac{3}{2} = \frac{5}{2}m \quad (3)$$

$$\text{Denn links erhält man } 2 - \frac{1}{2} = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ und rechts } m - (-\frac{3}{2}m) = m + \frac{3}{2}m = \frac{2}{2}m + \frac{3}{2}m = \frac{5}{2}m.$$

$$\text{Aus (3) folgt durch Multiplikation mit 2: } 3 = 5m \Rightarrow m = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Dieses Ergebnis setzt man in (2) ein: } 2 = \frac{3}{5} + n \Rightarrow n = 2 - \frac{3}{5} = \frac{10}{5} - \frac{3}{5} \Rightarrow n = \frac{7}{5}$$

$$\text{Ergebnis: } y = \frac{3}{5}x + \frac{7}{5}$$

Beispiel 2: Gegeben sind $P_1(2 | -\frac{4}{3})$ und $P_2(-2 | \frac{14}{3})$

Kompakte Lösung:

$$\text{Punktprobe mit } P_1(2 | -\frac{4}{3}): \quad -\frac{4}{3} = 2m + n \quad (1)$$

$$\text{Punktprobe mit } P_2(-2 | \frac{14}{3}): \quad \frac{14}{3} = -2m + n \quad (2)$$

$$(1) - (2): \quad -\frac{18}{3} = 4m \Leftrightarrow 4m = -6 \Rightarrow m = -\frac{3}{2}$$

$$m \text{ in (1): } -\frac{4}{3} = 2 \cdot (-\frac{3}{2}) + n \Leftrightarrow -\frac{4}{3} = -3 + n \Leftrightarrow n = 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Ergebnis: } y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}$$

2. Methode: Steigung berechnen und dann Punktproben machen

Die Steigung einer Geraden wird definiert als Tangens des Steigungswinkels. $m = \tan \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Dann:

$$y = mx + n$$

Diagramm zur Bestimmung der Parameter m und n:

- y von P_1 einsetzen
- Steigung m einsetzen
- x_1 von P_1 einsetzen

⇒ Nach n auflösen

Beispiel 1:

Gegeben sind jetzt $A(-\frac{3}{2} | \frac{1}{2})$ und $B(1 | 2)$. Daraus kann man auf zweierlei

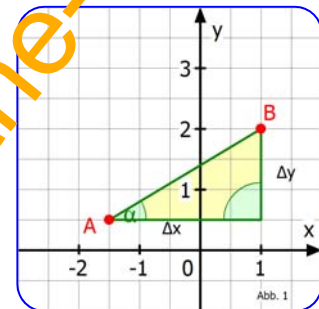
Arten m berechnen:

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{\frac{1}{2} - 2}{-\frac{3}{2} - 1} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{5}{2}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

Oder:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 - (-\frac{3}{2})} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

Falsch wäre dies: $m = \frac{y_A - y_B}{x_B - x_A} = \frac{\frac{1}{2} - 2}{1 - (-\frac{3}{2})} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} = -\frac{3}{5}$



Hier wurde im Nenner eine andere Subtraktionsreihenfolge gewählt als im Zähler. Daher erhält man ein falsches Vorzeichen.

Nun kann man die Geradengleichung schon so schreiben: $y = \frac{3}{5}x + n$

n berechnet man daraus durch Einsetzen eines der beiden Punkte:

Punktprobe mit $B(1 | 2)$ ergibt; $2 = \frac{3}{5} \cdot 1 + n \Rightarrow n = 2 - \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$

Ergebnis: $y = \frac{3}{5}x + \frac{7}{5}$

Beispiel 2: Gegeben sind $P_1(2 | -\frac{4}{3})$ und $P_2(-2 | \frac{14}{3})$

Kompakte Lösung:

Berechnung der Steigung: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{14}{3} - (-\frac{4}{3})}{-2 - 2} = \frac{\frac{18}{3}}{-4} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$

Geradengleichung: $y = -\frac{3}{2}x + n$

Punktprobe mit $P_1(2 | -\frac{4}{3})$: $-\frac{4}{3} = -\frac{3}{2} \cdot 2 + n \Leftrightarrow -\frac{4}{3} = -3 + n \Leftrightarrow n = -\frac{4}{3} + 3 = \frac{5}{3}$

Ergebnis: $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}$

3. Methode: Verwendung der Punkt-Steigungs-Form

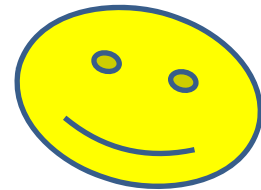
Als Punkt-Steigungsform wird diese Gleichung bezeichnet:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

y_1 von P_1
einsetzen

Steigung m
einsetzen

x_1 von P_1
einsetzen



Beispiel 1:

Gegeben sind jetzt $A(-\frac{3}{2} | \frac{1}{2})$ und $B(1 | 2)$.

1. Berechnung der Steigung: $m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{\frac{1}{2} - 2}{-\frac{3}{2} - 1} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{5}{2}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$
2. Punkt-Steigungs-Form: $y - 2 = \frac{3}{5} \cdot (x - 1)$
 $y - 2 = \frac{3}{5}x - \frac{3}{5} \quad | + 2$
 $y = \frac{3}{5}x - \frac{3}{5} + 2$
 $y = \frac{3}{5}x + \frac{7}{5}$

Man könnte statt B auch A einsetzen ...

Beispiel 2:

Gegeben sind $P_1(2 | -\frac{4}{3})$ und $P_2(-2 | \frac{14}{3})$

1. Berechnung der Steigung: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{14}{3} - (-\frac{4}{3})}{-2 - 2} = \frac{\frac{18}{3}}{-4} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$
2. Punkt-Steigungs-Form: $y - \frac{14}{3} = -\frac{3}{2} \cdot (x - (-2))$
 $y - \frac{14}{3} = -\frac{3}{2}x - 3 \quad | + \frac{14}{3}$
 $y = -\frac{3}{2}x - 3 + \frac{14}{3}$
 Ergebnis: $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}$

Woher kommt die Punkt-Steigungsform?

Stellt man sie nach m um, lautet sie: $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ und das ist die Steigungsformel.

Übersicht: Sind von einer Geraden 2 Punkte gegeben, gibt es zur Aufstellung ihrer Gleichung

vier Methoden:

Methode 1: Mit zwei Punktpuben ein Gleichungssystem erzeugen:

Man setzt in die allgemeine Geradengleichung $y = mx + n$ der Reihe nach beide Punkte ein. So entstehen zwei Gleichungen mit den zwei Unbekannten m und n . Dann löst man dieses Gleichungssystem und erhält m und n . Diese Zahlen setzt man dann in die allgemeine Geradengleichung ein.

Methode 2: Steigung berechnen und in die allgemeine Geradengleichung einsetzen.

Steigungsformel: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, allgemeine Geradengleichung: $y = mx + n$

Methode 3: Steigung berechnen und in die Punkt-Steigungsform einsetzen.

Steigungsformel: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, Punkt-Steigungsform: $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Methode 4: Die Zweipunkteform verwenden.

Diese ist nur eine ausführlichere Punkt-Steigungsform:

Für m wird eine Formel eingesetzt: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ also $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Dann wird die Steigung nicht extra berechnet, sondern alles zusammen.

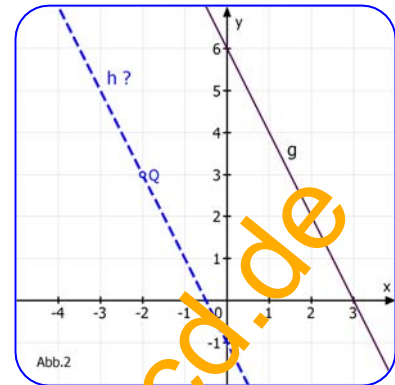
Beide Punkte in $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ einsetzen.

2 Gleichung einer parallelen Geraden aufstellen

Beispiel 1:

Gegeben ist die Gerade g durch $y = -2x + 6$.

Welche Gleichung hat die Gerade h, die parallel zu g ist und durch $Q(-2 | 3)$ geht?



Lösung

Parallele Geraden haben dieselbe Steigung, also ist

$$m_h = m_g = -2.$$

Mit der Punkt-Steigungsform erstellt man die Gleichung von h.

Allgemein: $h: y - y_Q = m_h \cdot (x - x_Q)$

Q und m eingesetzt: $y - 3 = -2 \cdot (x - (-2))$

$$y - 3 = -2(x + 2)$$

$$y - 3 = -2x - 4$$

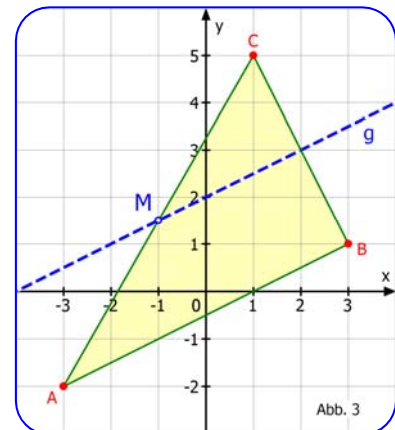
$$y = -2x - 1$$

Beispiel 2:

Gegeben ist ein Dreieck ABC durch

$$A(-3 | -2), B(3 | 1), C(1 | 5).$$

Welche Gleichung hat die **Mittelparallele** g zu AB?



Lösung

Steigung der Strecke AB: $m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1 - (-2)}{3 - (-3)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Mittelpunkt von A und C: $M_{AC} \left(\frac{-3+1}{2} \mid \frac{-2+5}{2} \right) = (-1 \mid \frac{3}{2})$

Die Mittelparallele g zu AB geht durch $M(-1 \mid \frac{3}{2})$ und hat die Steigung $\frac{1}{2}$.

Die Punkt-Steigungs-Form liefert daher: $y - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \cdot (x - (-1))$

$$y - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \quad | + \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

3 Gleichung einer Lotgeraden aufstellen

3.1 Steigungen orthogonaler Geraden

(Orthogonal heißt „stehen aufeinander senkrecht“)

Wichtig: Es seien m_1 und m_2 die Steigungen zweier schräger Geraden.

Es gilt:

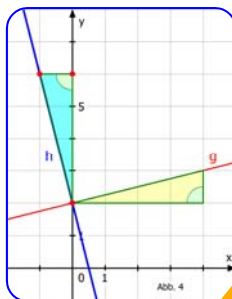
Wenn $g_1 \perp g_2$ ist, **dann** gilt $m_1 \cdot m_2 = -1$ bzw. $m_2 = -\frac{1}{m_1}$

Und umgekehrt: **Wenn** $m_1 \cdot m_2 = -1$ bzw. $m_2 = -\frac{1}{m_1}$, **dann** sind die Geraden orthogonal

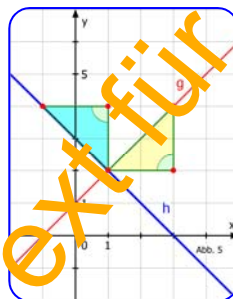
Man kann diese Beziehung also in beiden Richtungen anwenden:

- (1) Wenn man weiß, dass zwei Geraden orthogonal sind, dann kann man aus der Steigung der ersten Geraden die Steigung der zweiten Geraden berechnen. Sie ist der negative Kehrwert der ersten Steigung.
- (2) Wenn bei zwei Geraden die Steigung der einen Geraden der negative Kehrwert der anderen Steigung ist (oder was auf dasselbe hinausläuft: Ich das Produkt zweier Steigungen -1), dann sind diese Geraden orthogonal.

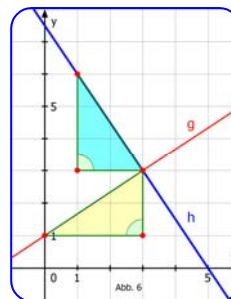
Beispiele:



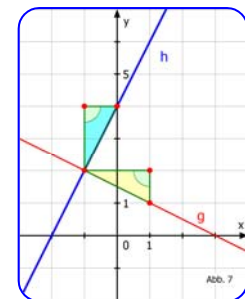
$$m_g = \frac{1}{4}, m_h = -4$$



$$m_g = 1, m_h = -1$$



$$m_g = \frac{2}{3}, m_h = -\frac{3}{2}$$



$$m_g = -\frac{1}{2}, m_h = 2$$

Für alle Abbildungen gilt $m_g \cdot m_h = -1$ bzw. $m_h = -\frac{1}{m_g}$ und $g \perp h$

Die Steigungen von g und h kann man an den Steigungsdreiecken ablesen.

3.2 Anwendungen:

Beispiel 1 Sind g und h orthogonal?

- a) Gegeben sind: $g_1: y = 3x + 5$ und $g_2: y = -\frac{1}{3}x + 1$
 Sie sind orthogonal, denn es gilt: $m_1 \cdot m_2 = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$,
 oder weil $m_2 = -\frac{1}{3}$ der negative Kehrwert von $m_1 = 3$ ist.
- b) Gegeben sind: $g: y = -\frac{3}{4}x$ und $h: y = \frac{4}{3}x + 1$
 Sie sind orthogonal, denn es gilt: $m_1 \cdot m_2 = \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{4}{3} = -1$,
 oder weil $m_2 = \frac{3}{4}$ der negative Kehrwert von $m_1 = -\frac{3}{4}$ ist.

Beispiel 2 Lotgerade gesucht

- a) Gesucht ist die Lotgerade L von $A(3 | 1)$ auf $g: y = 2x - 5$.

Lösung: Die Gerade g hat die Steigung $m_g = 2$. Weil eine Lotgerade von g auf g senkrecht steht, gilt für deren Steigung: $m_L = -\frac{1}{m_g} = -\frac{1}{2}$

(d. h. die Steigung der Lotgeraden ist der negative Kehrwert der Steigung von g.)

Punkt-Steigungs-Form für L: $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 3)$ also $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

- b) Fülle das Lot vom Punkt Z $(-3 | 3)$ auf $g: y = -3x + 1$. Berechne den Schnittpunkt.

Lösung

Steigung der Lotgeraden: $m_L = -\frac{1}{m_g} = -\frac{1}{-3} = \frac{1}{3}$

Punkt-Steigungs-Form für L: $y - 3 = \frac{1}{3}(x + 3)$

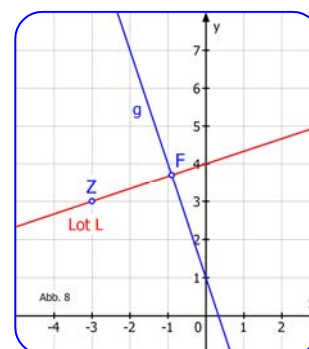
d.h. $y = \frac{1}{3}x + 4$

Schnittpunkt F von g und L: $\frac{1}{3}x + 4 = -3x + 1$

ergibt $x_F = -\frac{9}{10}$

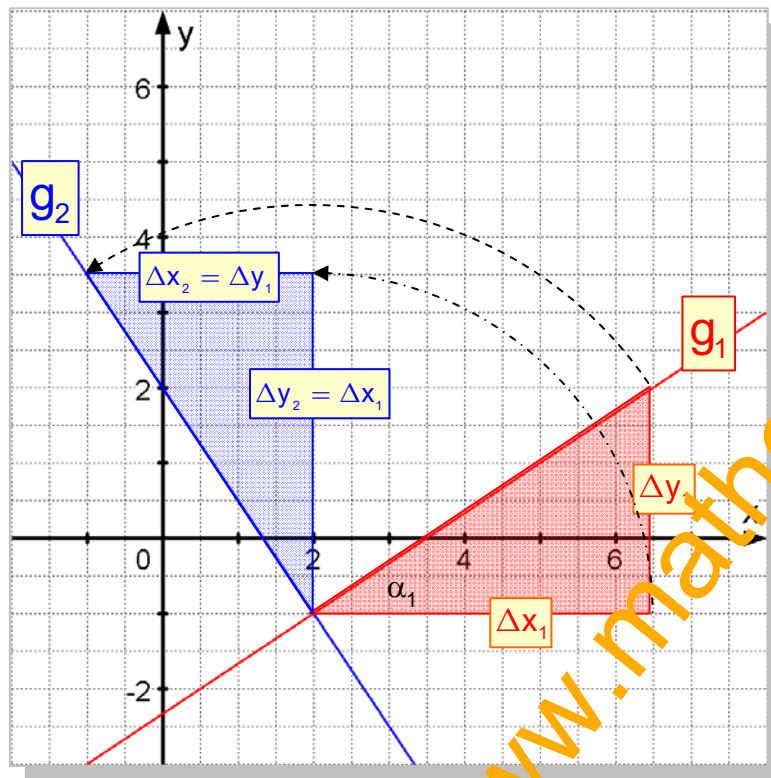
und durch Einsetzen in g: $y_F = \frac{37}{10}$

Ergebnis: Der Lotfußpunkt ist $F(-0,9 | 3,7)$



3.3 Für Interessierte: Begründung für die Formel

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$



Man geht aus von der Geraden g_1 und ihrem dargestellten Steigungsdreieck.

Danach berechnet man ihre Steigung: $m_1 = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1}$

Nun drehen wir das Steigungsdreieck von g_1 um 90° .

Dann wird Δy_1 zu Δx_2 und Δx_1 zu Δy_2

Berechnet man nun die Steigung von g_2 aus dem gedrehten Steigungsdreieck,

dann folgt: $m_2 = -\frac{\Delta y_2}{\Delta x_2}$

Das Minuszeichen muss man einfügen, weil g_2 fällt, wenn g_1 steigt und umgekehrt.

Auf Grund der Drehung gilt weiter: $m_2 = \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta y_1}$

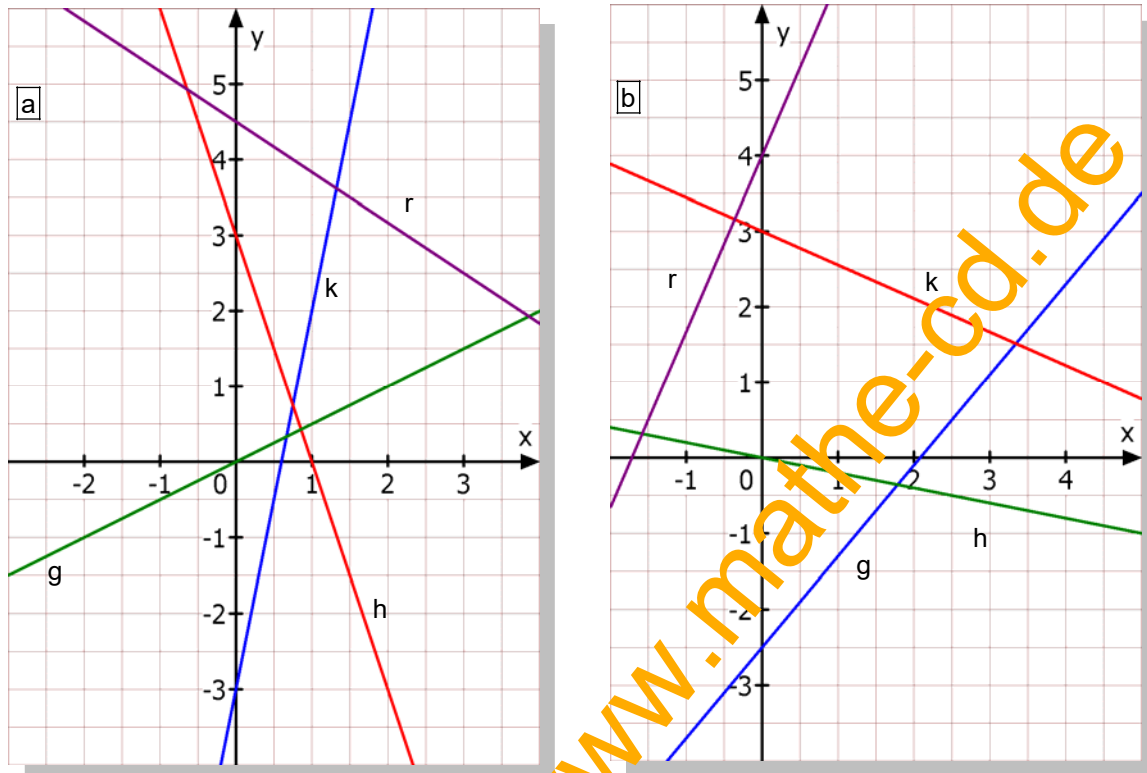
Und das ist der Kehrwert der Steigung $m_1 = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1}$.

Insgesamt haben wir also nun die Beziehung

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

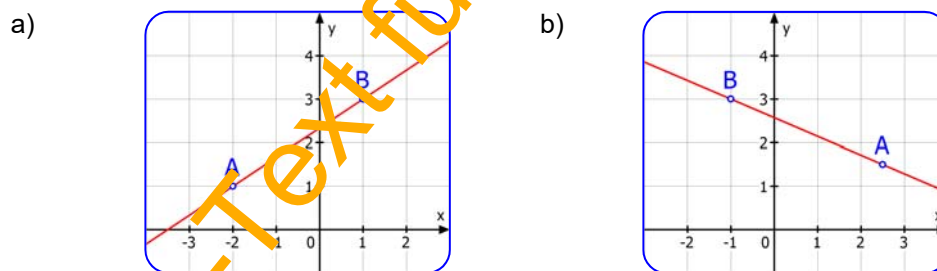
4 Übungsaufgaben

Aufgabe 1: Stelle die Gleichungen der dargestellten Geraden auf.



Aufgabe 2:

Lies die Koordinaten von A und B ab und bestimme die Gleichung der Geraden (AB).

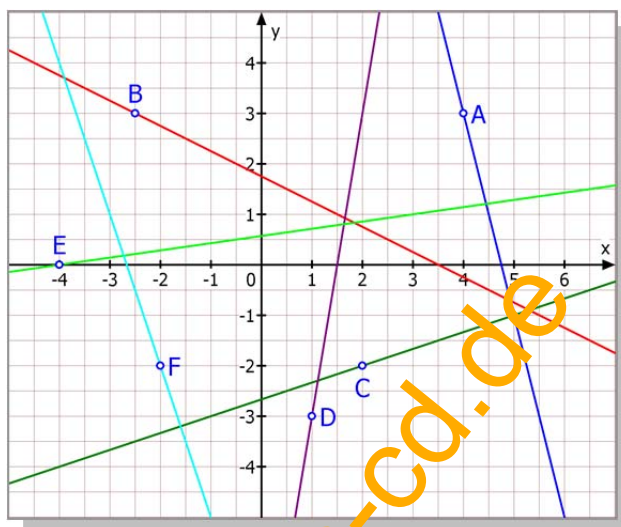


Aufgabe 3: Stelle jeweils die Geradengleichung auf

- (a) $P_1(2 | -\frac{4}{3})$ und $P_2(-2 | \frac{14}{3})$
- (b) $C(7 | 2,5)$ und $D(3,5 | 2)$
- (c) $A(\frac{3}{2} | \frac{7}{2})$ und $Z(4 | -\frac{2}{3})$
- (d) $A(-\frac{1}{2} | -\frac{87}{8})$ und $B(\frac{4}{3} | -\frac{27}{4})$.

Aufgabe 4

Bei den dargestellten Geraden ist der y-Achsenabschnitt nicht genau oder gar nicht ablesbar. Verwende den angegebenen Punkt und suche einen zweiten gut ablesbaren Punkt, um damit wie oben gezeigt, die Geradengleichung aufzustellen.



Aufgabe 5

Gegeben sind die Steigung und ein Punkt der Geraden. Stelle die Geradengleichung auf.

- | | | | | | |
|----|---------------------|---------------------------------|----|--------------------|------------|
| a) | $m = -3$ | $P_1(3 1)$ | b) | $m = 2$ | $A(-3 2)$ |
| c) | $m = \frac{3}{5}$ | $B(-10 -6)$ | d) | $m = -\frac{2}{3}$ | $Q(-1 -2)$ |
| e) | $m = -\frac{3}{11}$ | $C(\frac{2}{3} -\frac{5}{3})$ | f) | $m = \frac{1}{4}$ | $M(12 3)$ |

Aufgabe 6

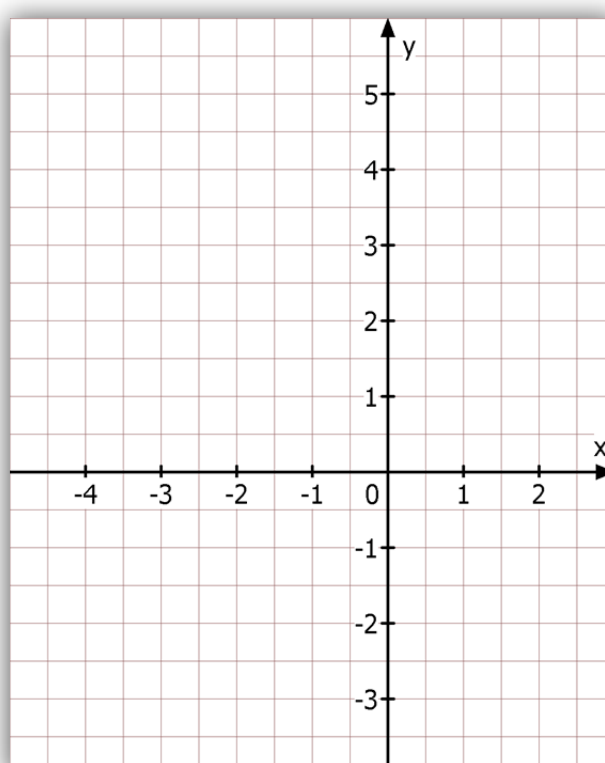
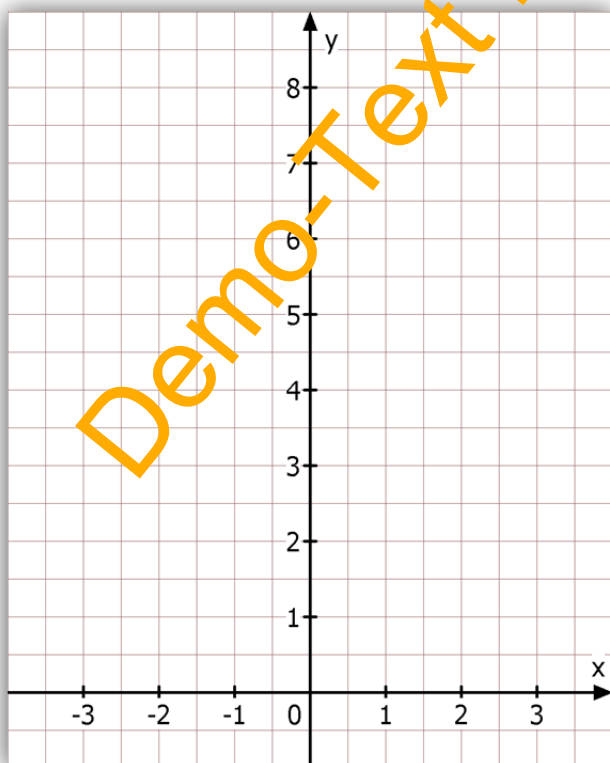
Gegeben sind die Steigung und ein Punkt der Geraden. Stelle die Geradengleichung auf.

Zeichne die Geraden!

- | | | | | | |
|----|--------------------|-----------|----|-------------------|--------------------------------|
| a) | $m = 1$ | $F(-2 3)$ | b) | $m = \frac{4}{3}$ | $O(0 0)$ |
| c) | $m = -\frac{4}{5}$ | $R(0 6)$ | d) | $m = -2$ | $A(0 -2)$ |
| e) | $m = -1$ | $B(0 0)$ | f) | $m = 0$ | $P(\frac{3}{4} \frac{7}{3})$ |

Für a, b und c:

Für d, e und f:



Aufgabe 7 Gegeben sind zwei Punkte der Geraden. Stelle die Geradengleichung auf.

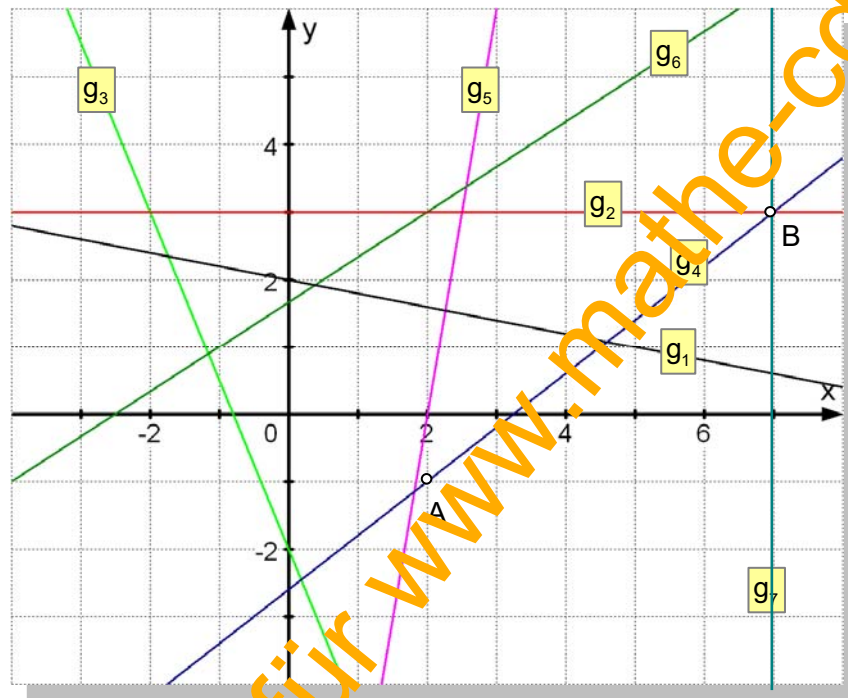
- | | |
|--|---|
| a) $P_1(2 3); P_2(7 8)$ | b) $P_1(-2 3); P_2(7 -8)$ |
| c) $A(0 \frac{3}{2}); B(-\frac{5}{2} 3)$ | d) $A(\frac{1}{2} \frac{2}{3}); B(\frac{7}{3} \frac{5}{2})$ |

Aufgabe 8

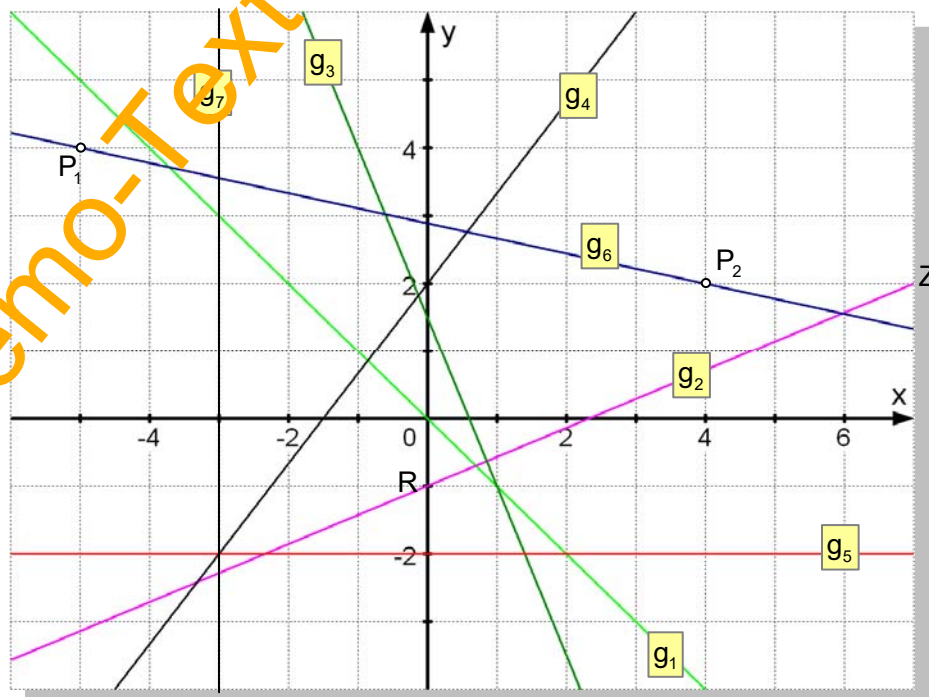
Gib an, welche Gleichungen die im Schaubild dargestellten Geraden haben.

Berechne dazu aus zwei Punkten die Steigung und ermittle den y-Achsenabschnitt.

a)



b)



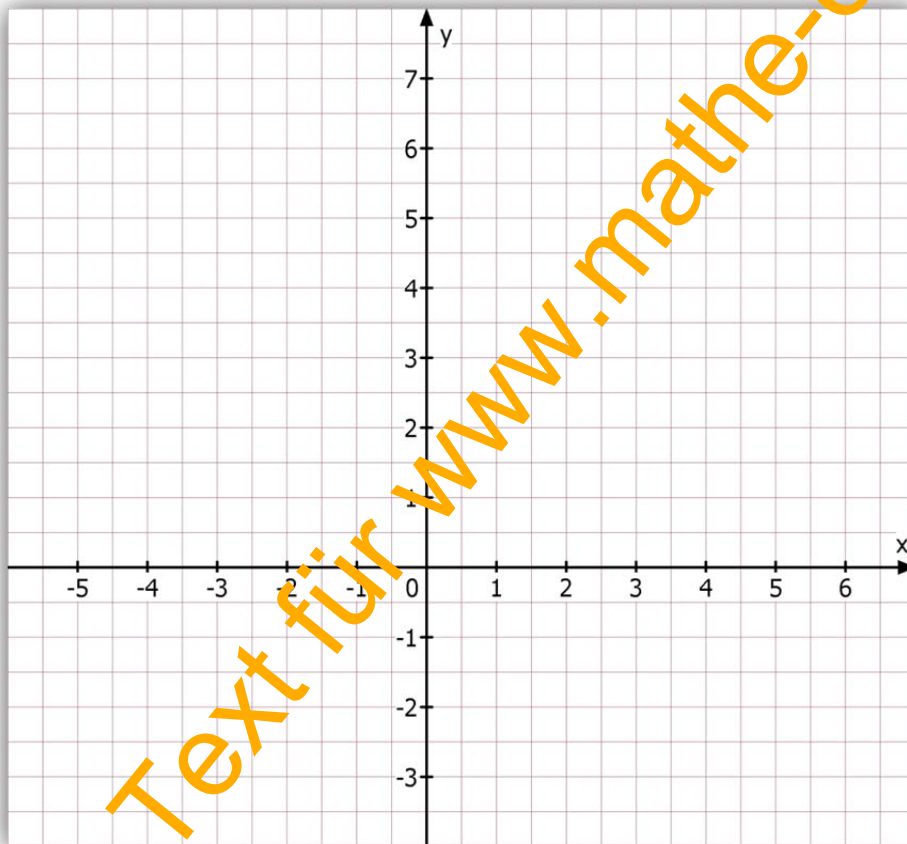
Aufgabe 9

Gegeben ist die Gerade g durch $y = -2x + 6$.

Welche Gleichung hat die Parallele h zu g durch $Q(-2|3)$?

Aufgabe 10

- a) Die Gerade g sei parallel zu $h: y = \frac{1}{2}x + 1$ und soll durch $A(-3|4)$ gehen.
Welche Gleichung hat g ?
- b) Gegeben ist g durch $y = -\frac{3}{5}x$. Welche Gleichung hat die Parallele h zu g durch $Z(5|\frac{1}{2})$?
- c) Gegeben ist die Gerade $k: y = 4$. Welche Gleichung hat die Parallele g zu k durch $Z(5|\frac{1}{2})$?

**Aufgabe 11**

Gegeben sind die Geraden $g: y = 2x - 5$ und $h: y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$.

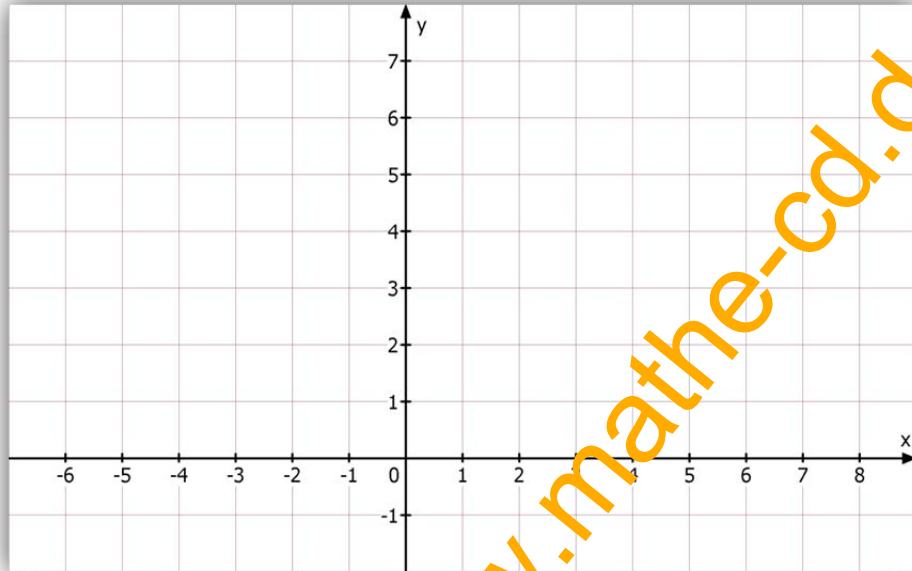
Überprüfe die gegenseitige Lage dieser Geraden.

Aufgabe 12

- a) Gegeben ist ein Dreieck ABC durch $A(-3|3)$, $B(5|3)$ und $C(1|-1)$.

Zu jeder Dreiecksseite gibt es eine Parallele durch die gegenüberliegende Ecke.

Stelle die Gleichungen dieser drei Geraden g , h und k auf.



- b) Gegeben ist ein Dreieck ABC durch $A(-2|0)$, $B(2|4)$ und $C(0|-3)$.

Berechne die Mittelpunkte der Dreiecksseiten: M_{AB} , M_{AC} , M_{BC} .

Verbindet man diese drei Mittelpunkte, entsteht ein kleines Dreieck im Innern des gegebenen großen Dreiecks.

Zeige, dass die neuen Dreiecksseiten parallel zu den Seiten des gegebenen sind.

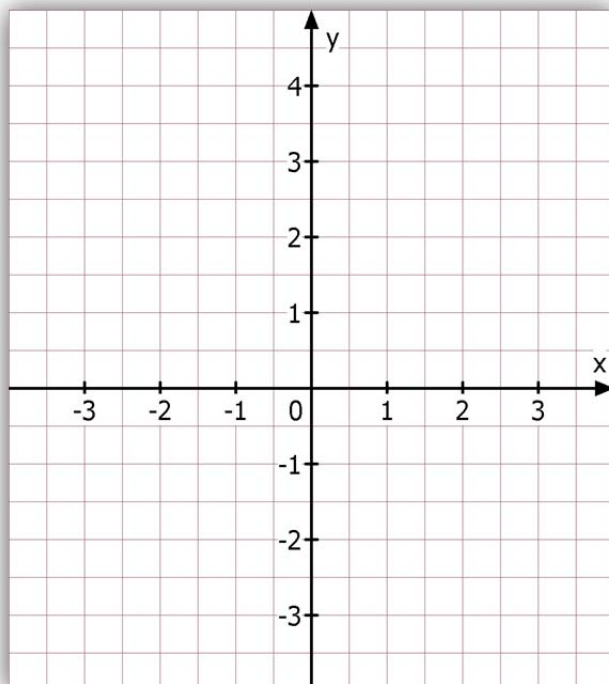
Zeichne beide Dreiecke in ein geeignetes Koordinatensystem.

Hilfe:

Für den Mittelpunkt zweier Punkte

$P_1(x_1|y_1)$, $P_2(x_2|y_2)$ gilt die Formel:

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2} \mid \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

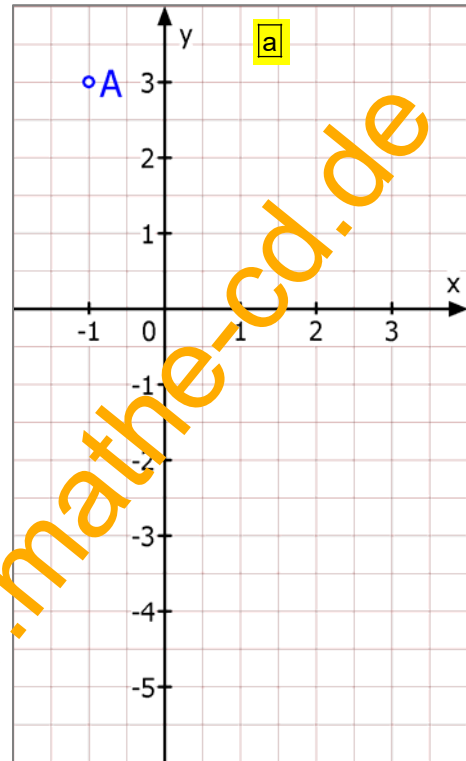
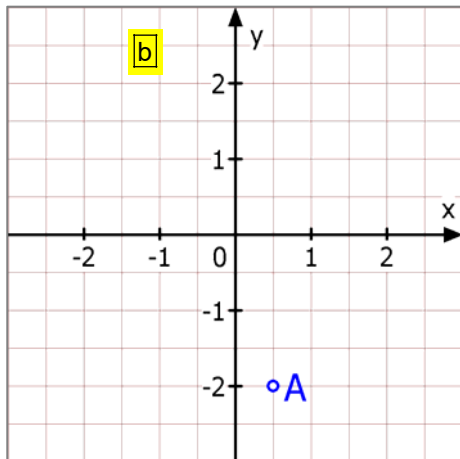


Aufgabe 13 Flle das Lot von $P(\frac{1}{2} | 3)$ auf die Gerade $g: y = \frac{2}{5}x - 3$.
Berechne den Lotfußpunkt.

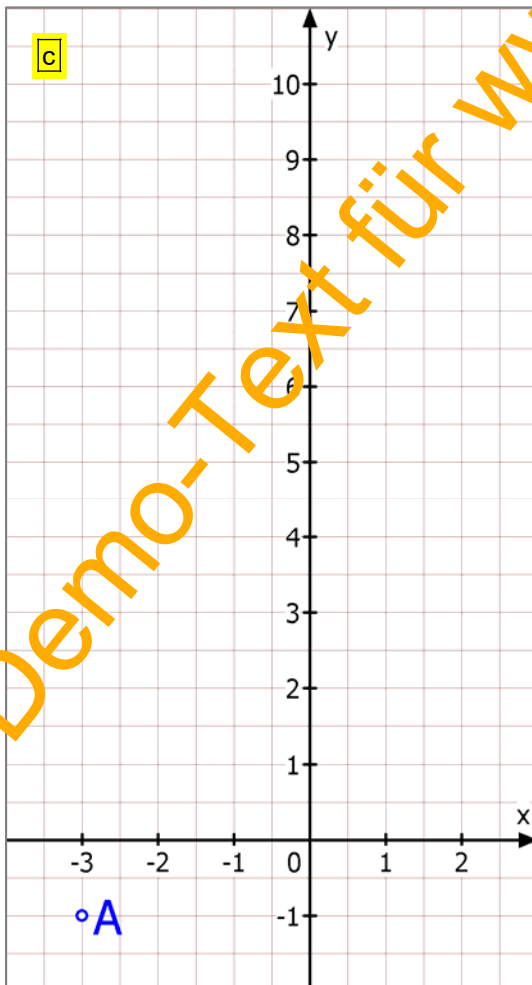
Aufgabe 14 Berechne die Gleichung der Lotgeraden L von A auf g und zeichne g und L.

a) $A(-1 | 3)$, $g: y = 3x - 5$

b) $A(\frac{1}{2} | -2)$, $g: y = \frac{2}{3}x + 1$



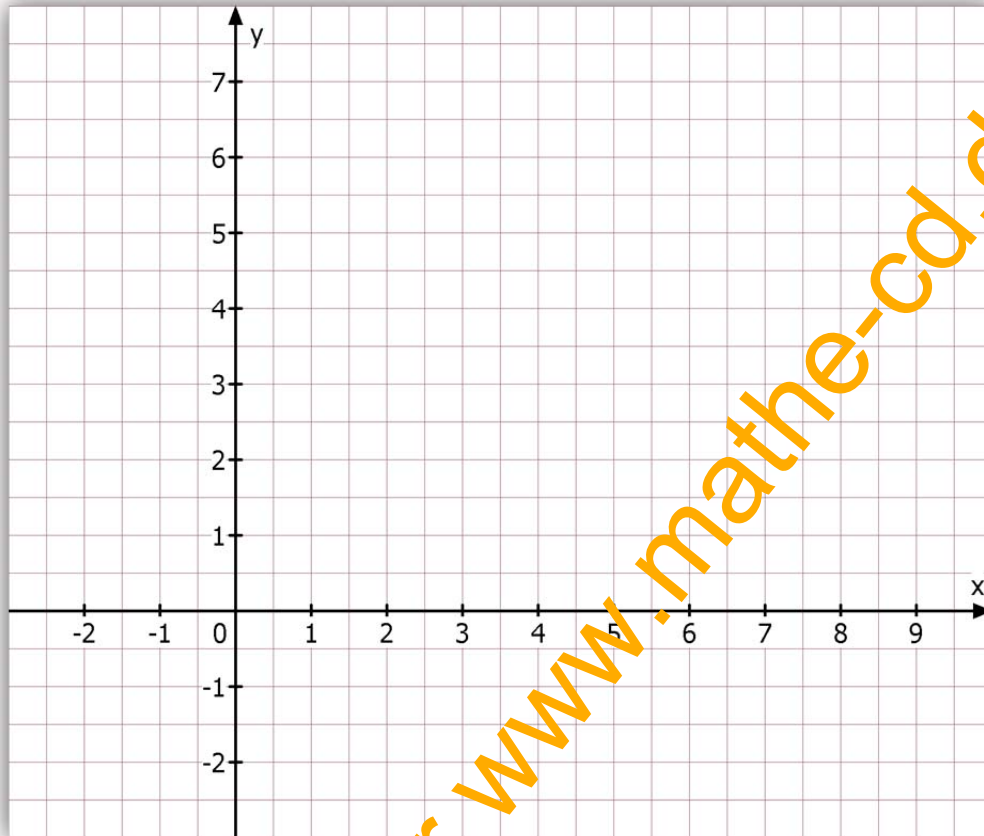
c) $A(-3 | -1)$, $g: y = -\frac{1}{4}x + 3$.



Aufgabe 15

Gegeben ist das Dreieck ABC durch $A(-2|-2)$, $B(9|3)$ und $C(1|7)$.

Fälle von jedem Eckpunkt das Lot auf die Gegenseite. Zeichnung!

**Aufgabe 16**

Fälle von $P(2|4)$ das Lot L auf die Gerade g : $y = -\frac{4}{3}x - 2$.

Anschließend stelle die Gleichung der Geraden h auf, die durch P geht und auf der Geraden L senkrecht steht.

Was kann man auf Grund der Rechenergebnisse über g und h aussagen?

Lösungen

auf der Mathe-CD

Demo-Text für www.mathe-cd.de